Aleatoriedad vs. arbitrariedad en la mecánica estadística clásica*

Eduardo H. Flichman
U.N. de Gral. Sarmiento - UBA

1. Propósitos.

Los enfoques teóricos acerca de los sistemas de partículas, aislados, regidos por la mecánica estadística clásica, presentan muchos problemas, dos de los cuales, de tipo ontológico, discutiré aquí.

El primero se refiere a la posibilidad de que las distribuciones probabilistas de las condiciones iniciales estén sujetas a restricciones (limitaciones "a") que van más allá de las que habitualmente se aceptan (limitaciones "b"): condiciones de contorno, vínculos, energía constante. Intentaré mostrar, independientemente del enfoque teórico que se plantee, que el hecho de que los sistemas aislados se vuelcan al equilibrio o se mantienen en él, requiere distribuciones probabilistas de las condiciones iniciales, absolutamente restrictivas (limitaciones "a"), que impiden suponer distribuciones probabilistas iniciales arbitrarias, es decir, "cualesquiera" (excepto por las limitaciones "b").

El segundo problema se refiere a una aparente situación distinta (siempre desde el punto de vista ontológico) para el caso de pocas partículas, regidas por la mecánica clásica, donde las limitaciones "a" parecen no existir, donde la arbitrariedad parece, ahora sí, reinar respecto de la manera como se suceden las condiciones iniciales, cuando estamos en condiciones de fijar (salvo limitaciones "b"), en cada repetición del experimento, dichas condiciones iniciales de modo arbitrario. ¿Cuántas partículas hacen falta para que “aparezcan” o “comiencen a funcionar como tales” las restricciones "a"? ¿A partir de qué número de partículas la mecánica clásica pasa a ser mecánica estadística clásica? Intento mostrar que hay una sola mecánica clásica, la mecánica estadística clásica, y conjeturo una solución para la aparente contradicción planteada.

---

* Este trabajo se enmarca en dos proyectos de investigación: uno en la ANPCYT (con lugar de trabajo en la U.N. de Gral. Sarmiento) y el otro en UBACYT (UBA). Una ampliación del mismo ha sido aceptada para su publicación en el libro sobre filosofía e historia de la física, a ser editado por AFHIC.

2. Introducción.

Luego de un lapso de evolución, el estado de un sistema aislado queda fijado en una teoría mecánica por:

(i) las leyes de evolución del sistema

y

(ii) las condiciones iniciales, las condiciones de contorno y los vínculos.

Dadas las leyes de evolución del sistema y dadas las condiciones iniciales, condiciones de contorno y vínculos, queda fijado el estado del sistema en un instante cualquiera, posterior al inicial: son las "condiciones finales". Según la teoría mecánica de que se trate, las condiciones finales pueden quedar fijadas de manera probabilista o determinista. Cuando se trata de mecánica estadística, se toma en cuenta algo nuevo en el instante inicial: el *arreglo inicial* o *distribución probabilista de condiciones iniciales*. Y para el estado del sistema en algún instante posterior al inicial se toma en cuenta el *arreglo final* o *distribución probabilista de condiciones finales*.

2.1. Acerca de lo que no se ocupará este trabajo.

2.1.1. El problema gnoseológico.

No me ocuparé en este trabajo del problema de la predictibilidad, sea de la evolución de un sistema mecánico, sea de la distribución probabilista de sus condiciones iniciales y/o finales. Solo trataré el punto de vista ontológico del sistema y de su evolución, de modo que cuando me refiera, por ejemplo, a determinismo, será determinismo ontológico; y cuando me refiera a probabilidad o a distribución de probabilidades, se tratará de probabilidades objetivas, no de aquéllas ligadas a la ignorancia. Adoptaré como definición de "determinismo" de una teoría a la que indica para el conjunto de mundos posibles o modelos de la teoría (mundos regidos por las mismas leyes), que sus leyes son tales que no existen dos mundos de dicho conjunto que sean exactamente iguales (en lo que a hechos se refiere) en un instante dado y que difieran en algún otro instante. El determinismo es el determinismo de las leyes de evolución, que resultan de la articulación de la dinámica con las leyes de fuerza.

2.1.2. Las ecuaciones de evolución.

El primer punto (i), el de las ecuaciones de evolución, no será tratado aquí. Solo diré al respecto, que la mecánica estadística es considerada una teoría determinista, si exceptuamos, tal vez, situaciones especiales en la mecánica de partículas – que se transmiten por extensión a la mecánica estadística – como, por ejemplo, la presencia de ciertos tipos de singularidades.

2.2. Acerca de lo que sí se ocupará este trabajo.

Discutiré, en cambio, el tema (ii) de los arreglos iniciales: distribución probabilista de posibles condiciones iniciales, siempre desde el punto de vista ontológico.

Deseo abordar el siguiente tema: las leyes deterministas de evolución (dinámica más leyes de fuerza) no imponen ninguna restricción a los arreglos iniciales. Las únicas restricciones que parecería que debemos tener en cuenta (limitaciones "b") son las que proceden de condiciones de contorno o, en general, de restricciones por vínculos. (En adelante no diferenciaré condiciones de contorno de restricciones por vínculos: diré simplemente "condiciones de contorno".) Como se tratará de sistemas aislados, será también una limitación ("b") el valor – constante – de la energía del sistema. Sin embargo, veremos de inmediato que esta presentación aparentemente simple, presenta dos serias dificultades que serán el motivo de discusión de este trabajo.

3. Primera dificultad.

Veremos que si deseamos explicar las compensaciones casuales, es decir, el proceso mediante el cual un sistema mecánico estadístico aislado se vuelca al equilibrio o se mantiene en él, no podemos prescindir de considerar ciertas "otras" limitaciones ("a") a los arreglos iniciales.

De ahora en adelante, vincularé el término "final(es)" a algún instante posterior al "instante inicial", instante (final) en el que la distribución probabilista de las condiciones (finales) sea de – o, mejor, haya llegado sensiblemente cerca del – equilibrio. Denominaré "producto" al arreglo final: distribución probabilista de condiciones finales. El producto queda fijado por el arreglo inicial, las condiciones de contorno, la energía del sistema y las leyes (deterministas) de evolución. El producto (estado de equilibrio o de cuasi-equilibrio), será algún tipo de distribución estocástica más o menos compleja, según el caso y según la óptica (boltzmanniana, gibbsiana u otra) desde la cual se lo estudie.

Desde ópticas de tipo boltzmanniano, los casos más simples podrían ser distribuciones gaussianas o similares, sobre una base de macroestados (si bien serían distribuciones equiprobables, sobre una base de microestados). Desde ópticas de tipo gibbsiano, serán distribuciones de igual densidad de probabilidad (grano grueso), siempre en el espacio de las fases. Pero veremos enseguida, mediante un ejemplo, que si las condiciones iniciales (por ejemplo, el inicio reiterado del experimento) se suceden de manera *arbitraria* (salvo condiciones de contorno y salvo energía constante), es decir, sin limitaciones "a", solo con limitaciones "b", no podemos asegurar un producto que cumpla con las distribuciones *aleatorias o estocásticas* (es decir, un estado de equilibrio) a que nos acabamos de referir.

3.1. Terminología y algo más.

Creo importante realizar algunas aclaraciones terminológicas. Intentaré precisar aquí la diferencia entre "aleatoriedad" y "arbitrariedad". Es fundamental aclarar algunos puntos para evitar confusiones fatales. Usaré una demarcación en alguna medida relacionada con la que realiza John Earman. Debemos tener en cuenta varias dicotomías. Por otra parte, consideraré "estocasticidad" como sinónimo de "aleatoriedad".

arreglos probabilistas – arreglos absolutamente caóticos – arreglos aleatorios – arreglos iniciales arbitrarios

La noción de probabilidad se puede aplicar a los arreglos (iniciales o finales). En ese caso, existen distribuciones probabilistas de condiciones iniciales o finales. Y la noción de *aleatoriedad* se relaciona estrictamente con la de *probabilidad*. *Hay aleatoriedad si y solo si hay cierto tipo de distribución probabilista: la distribución correspondiente al equilibrio.*

No se debe confundir un arreglo (inicial o final) *probabilista* con uno *absolutamente caótico*. Un arreglo absolutamente caótico tampoco implica alguna distribución de probabilidades. No se trata de que cada condición inicial o final, punto en el espacio de las fases, tenga alguna probabilidad (ni cero, ni uno ni algún valor entre cero y uno) o alguna densidad de probabilidad. Ni que todas tengan la misma probabilidad o densidad de probabilidad. Por el contrario, no existe ninguna distribución de probabilidades. Lo que podemos decir es que todos los arreglos son posibles, sin endilgarles la categoría de probabilidad. En este caso habría que demostrar que es coherente suponer tal arreglo. En [Earman 1986] se considera que un arreglo absolutamente caótico podría ser imposible, si bien Earman no toma tal conclusión como definitiva. Ello está ligado a la manera como establece sus definiciones. Solo dice que "... *puede* no ser una noción coherente." (Mi traducción, mis itálicas.) Pero también agrega: "Yo predigo que el desafío no resultará." (Mi traducción.)

De cualquier modo, no usaré dicha noción de caos absoluto. Puede verse como una idealización, pero no será necesaria para la discusión. En todo caso, lo que plantearé como posibilidad (que, veremos, habrá que abandonar finalmente) es un arreglo inicial “arbitrario”. Tal arbitrariedad en la distribución probabilista de condiciones iniciales será mucho más acotada que el caos absoluto, pero permitirá más posibilidades (compatibles con las condiciones de contorno y la energía constante: limitaciones "b") que las que solo llevan al producto aleatorio (equilibrio) que efectivamente se observa. De modo que en lugar de hablar de caos absoluto hablaré de arbitrariedad. Es una situación (perfectamente coherente) intermedia entre “aleatoriedad” y “caos absoluto”. Estudiaremos a continuación un ejemplo de ese tipo.

3.2. Un ejemplo.

Es posible encontrar compensaciones aleatorias en casos en los que ciertos elementos del sistema son suficientemente grandes en tamaño y otros suficientemente pequeños y numerosos. Por ejemplo, un disco suficientemente grande – similar a una moneda – simétrico en forma y peso, cae a través del aire contenido dentro de un recipiente mucho mayor, sin que los choques moleculares del aire sobre sus caras lo desvíen sensiblemente (moléculas suficientemente pequeñas y numerosas). La repetición de la situación macroscópica inicial (muy probablemente otra posición inicial en el espacio de las fases) no cambiará el hecho de que ocurran las compensaciones “casuales”.

Supongamos ahora que las condiciones iniciales fueran tales que en las condiciones finales, las moléculas han golpeado mucho más un lado del disco que el otro, de modo que éste ha saltado hacia un lado. Y supongamos que las mismas o muy similares condiciones iniciales se dan en cada repetición del experimento. En esos casos el producto claramente no estaría cumpliendo con la aleatoriedad (equilibrio) que se observa en los hechos, en la realidad. Se trata de típicos casos en los cuales el arreglo inicial es *arbitrario* y no da lugar al producto aleatorio que normalmente se observa. Las condiciones iniciales de nuestro ejemplo (imaginario anómalo, que no ocurre en la realidad) suman una probabilidad igual a uno. Las que, en cambio, llevan a un producto que es el que habitualmente se observa suman (en nuestro ejemplo imaginario) una probabilidad igual a cero.

Por lo tanto, el producto que efectivamente se observa, que es otro, que no es el del ejemplo, ya que el disco no se desvía, exige considerar más restricciones (limitaciones "a") para el arreglo inicial.

3.3. Las preguntas.[1]

La primera pregunta que nos planteamos es la siguiente: ¿cómo *justificamos* el hecho de que los arreglos iniciales arbitrarios no son posibles? Una contestación muy atinada es la siguiente: son los hechos experimentales, los hechos efectivamente observados, los que confirman[2] el arreglo inicial a partir de sus resultados: el producto. El producto es aleatorio, es el equilibrio, cumple con las compensaciones casuales esperadas (esperadas porque de hecho se observan). El arreglo inicial se calcula (cuando se puede) para que a partir de él y de las leyes de evolución, condiciones de contorno y valor de la energía (limitaciones "b"), se obtenga el producto estocástico esperado: en nuestro ejemplo, que los choques moleculares sobre el disco no produzcan una desviación apreciable sobre su trayectoria. La restricción a esos arreglos iniciales elimina cualquier otro arreglo (arbitrario) posible.

La primera pregunta queda contestada, pero no una segunda, que planteo a continuación: ¿cómo *explicamos* tal resultado probabilístico sobre la distribución de condiciones iniciales? *¿Por qué* se compensan los resultados en ese ejemplo, de modo tal que prácticamente la mitad de los choques ocurren sobre un lado del disco y la otra mitad sobre el otro lado? *¿Por qué* se distribuye la probabilidad de modo que se cumplan las compensaciones aleatorias? Siempre aparece como respuesta la *compensación estadística, el azar, la chance*. ¿Pero cómo se explica esa *casualidad*? ¿Por qué se producen compensaciones estadísticas, más allá de la inmediata pero no explicada impresión intuitiva?

Una posible hipótesis explicativa, basada en argumentos dados por varios investigadores,[3] consiste básicamente en aceptar la existencia "natural" de tales "otras" restricciones sobre los arreglos iniciales.

En muchas ocasiones se suele postular arreglos iniciales que fijan igual (densidad de) probabilidad para cada condición inicial (para cada microestado: distribución micro-canónica), compatible con las condiciones de contorno y con la energía del sistema, *como si se tratara de una distribución arbitraria*. Pero se trata exactamente de lo contrario: es un arreglo extremadamente fijo y no arbitrario.

---

[1] El problema me fue planteado de manera general (incluyendo ambas preguntas) por H. Abeledo (comunicación personal).
[2] O sea, permiten inferir, de manera obviamente no deductiva, sino conjetural.
[3] Conclusiones de este tipo han sido planteadas por H. Reichenbach, A. Grünbaum y H. Mehlberg desde diversos puntos de vista.

3.4. Primer supuesto explicativo.

Existen leyes del azar (o de la aleatoriedad o estocásticas) *"para el producto"* y ellas son lógicamente independientes de las leyes deterministas de evolución *"para el proceso"*. Ello explica la necesidad de introducir más restricciones sobre el arreglo inicial.

Bajo este supuesto, no basta con las leyes deterministas de evolución para poder completar la base teórica: deben agregarse las leyes probabilistas del azar, puesto que todas ellas (leyes deterministas de evolución para el proceso y leyes probabilistas del azar para el producto) juegan un rol en el proceso en estudio. Por lo tanto, el arreglo inicial no puede ser arbitrario.

Sin embargo, éste podría parecer un supuesto antieconómico: por un lado estarían las restricciones en el arreglo inicial y por otro las leyes probabilistas en el producto, generadoras (en sentido lógico, no cronológico) de las restricciones. Es por ello que se ha considerado más aceptable un segundo supuesto explicativo.

3.5. Segundo supuesto explicativo.

En lugar de suponer leyes probabilistas que restringen ("a") – en conjunción con las condiciones de contorno y la constancia de la energía ("b") – los arreglos iniciales, podemos suponer la existencia de dichas restricciones "a" como un hecho natural básico, fundante, para los arreglos iniciales, tan básicos, tan fundantes, tan naturales como lo son las leyes de la naturaleza. Tales restricciones darán lugar (ahora) a la presencia de las *regularidades* estocásticas del azar en el producto, que ya no serán leyes con esta nueva interpretación. Solo serán resultado de las restricciones "a" mencionadas (más las restricciones "b" más las leyes de evolución). Así, el arreglo inicial no puede ser arbitrario (esto resulta también del primer supuesto), lo cual aparece intuitivamente como sorprendente. He aquí, entonces, el segundo supuesto:

Existen limitaciones básicas para los arreglos iniciales, y esas limitaciones son lógicamente independientes de las leyes deterministas de evolución para el proceso.

Vemos así que, de aceptar alguno de estos dos primeros supuestos explicativos, habría restricciones – ontológicas – a la arbitrariedad de los arreglos iniciales: la aleatoriedad – ontológica – del producto, es resultado de limitaciones ("a") sobre los posibles arreglos iniciales, aun cuando haya determinismo – ontológico – de las leyes de evolución. Estas conclusiones son sorprendentes. ¿Es posible que en el mundo determinista clásico no pueda haber arreglos iniciales arbitrarios, cualesquiera (compatibles con "b")? ¿Es posible que los arreglos iniciales tengan características intrínsecas (azar esencial), que vayan más allá del simple desconocimiento de las condiciones iniciales?

3.6. Articulación de los supuestos explicativos primero y segundo.

Tal vez se pueda aceptar un supuesto explicativo combinado. Tal vez sea equivalente suponer leyes estocásticas fundantes que determinan restricciones en los arreglos iniciales, o arreglos iniciales fundantes que determinan, junto con las leyes deterministas de la mecánica de partículas, regularidades estocásticas.

3.7. Tercer supuesto explicativo.

Señalaré ahora un supuesto diferente, según el cual la aleatoriedad del producto resulta en última instancia del propio sistema mecánico determinista, con lo cual, si ello es correcto podemos desentendernos de los arreglos iniciales y aceptar que un sistema mecánico estadístico evoluciona generando productos aleatorios. Si así fuese, podría parecer a primera vista que los arreglos iniciales podrían ser *realmente arbitrarios*. A partir de los arreglos iniciales, las propias ecuaciones de evolución deterministas llevarían al sistema a sus productos aleatorios. La situación correspondiente a este tercer supuesto se cumple fundamentalmente en sistemas mezcladores *[mixing]* (tipo especial de sistemas ergódicos). Este tercer supuesto, basado en cálculos matemáticos rigurosos, presenta problemas no resueltos. No me ocuparé de ellos porque no se relacionan con la dificultad que vengo intentando discutir aquí. Solo mencionaré aquello que se relaciona con el problema en discusión. Aun cuando se parta de la base de que todo sistema es mezclador, existen sistemas "anómalos" que no responden al desarrollo hacia la aleatoriedad habitualmente esperada en sistemas aislados (sistemas mezcladores "que no mezclan").[4] Algunos son sistemas a cuyas condiciones iniciales se les hace corresponder una probabilidad finita (se derivan del denominado "teorema KAM"). Otros son sistemas que no tienden a la aleatoriedad habitualmente esperada, pero a cuyas condiciones iniciales se les hace corresponder una probabilidad de medida nula.

Nuestro planteo *no consiste* en preguntarse por qué no se observan en la realidad casos de tales tipos de sistemas. La contestación podría ser obvia: que no se los observa porque la probabilidad de su ocurrencia (en ambos casos) es suficientemente baja como para que sea prácticamente imposible su observación.

---

[4] Me baso fundamentalmente en las ideas de [Sklar 1993].

Aun casos de probabilidad de medida nula son posibles. Pero es obvio que sería casi un milagro su observación.

Nuestro planteo *consiste* en preguntarse mediante qué mecanismo se ha decidido que tales sistemas tienen probabilidad finita (en un caso) y probabilidad de medida nula (en el otro). Lo que se ha hecho es *identificar* la probabilidad de la ocurrencia inicial de uno de esos sistemas con (o, mejor, hacerla proporcional a) su volumen correspondiente en el espacio de las fases. Por otra parte, aun en los casos "normales" (sistemas mezcladores "que mezclan"), también se hace su probabilidad inicial proporcional a dicho volumen. Esto supone que todos los puntos del espacio de las fases (microestados) son igualmente probables, ya que es solo bajo tal supuesto que se puede calcular la probabilidad "contando" (integrando) microestados. Todas las celdas (estados "grano grueso") del espacio de las fases en el enfoque de Gibbs, o todos los microestados en el enfoque de Boltzmann, ocupan el mismo volumen y se les confiere (se postula para ellos) igual probabilidad. Tanto para los casos "anómalos" que no mezclan como para los casos "normales" que mezclan, se ha postulado una distribución inicial de probabilidades sobre el espacio de las fases absolutamente restrictiva, puesto que asume *a priori* la equiprobabilidad de todos sus puntos. Por supuesto que esta equiprobabilidad queda más que justificada por los resultados experimentales. Pero la única explicación de dicha restricción[5] es, nuevamente, la que hemos planteado para los primeros dos supuestos.

Para todos los sistemas (sean "anómalos" o "normales") se requiere postular previamente una probabilidad proporcional al volumen correspondiente, con lo que el arreglo inicial está restringido (limitación "a", además de "b") y, luego, no es ni puede ser arbitrario.

3.8. Conclusión.

El tercer supuesto explicativo se reduce en última instancia a los dos anteriores, o a la articulación de ambos (*3.6.*), que es la única manera que encontramos de resolver esta primera dificultad.

---

[5] La pregunta de Horacio Abeledo acerca del por qué de dicha equiprobabilidad fue tal vez el motivo inicial de la realización del presente trabajo.

4. Segundo problema y mi conjetura.

4.1. El problema.

Un problema diferente aunque muy relacionado con el anterior es el del paso de la mecánica de partículas a la mecánica estadística. Surge una vaguedad inquietante: ¿cuántas partículas hacen falta para que "aparezcan" o "comiencen a funcionar como tales" las restricciones en los arreglos iniciales y/o las leyes del azar en los arreglos finales? Parece evidente que con muy pocas partículas manipulables no se necesita ninguna postulación. Basta con las leyes deterministas de evolución y "cualesquiera" condiciones iniciales compatibles con las condiciones de contorno y la energía. Curiosamente, en ese "cualesquiera" se esconde la hipótesis de la arbitrariedad para pocas partículas (supongamos tres esferitas manipulables; o dos; o una). Nada nos hace suponer que, aparte de las restricciones "b" que impongan las condiciones de contorno y la energía, haya restricciones probabilísticas para las condiciones iniciales. No tiene sentido hablar de probabilidad de cada condición inicial puesto que dependerá de nosotros qué condición inicial *elegir* para poner en marcha el sistema. En consecuencia, parece que solo hay (en los experimentos repetidos) leyes deterministas de evolución y sucesiones arbitrarias de condiciones iniciales. En cada experimento, una vez producidas las condiciones iniciales elegidas arbitrariamente (salvo "b"), se deja aislado al sistema, siempre con la misma energía.

¿Pero entonces, en qué número de partículas la mecánica pasa a ser mecánica estadística? ¿O es que un proceso para pocas partículas es del mismo tipo que para muchas? Si así fuese, no habría mecánica de partículas. Solo habría mecánica estadística. La mecánica habría sido reducida a la mecánica estadística y no a la inversa. Este punto es muy delicado, porque si es así, entonces hay una sola mecánica: la mecánica estadística. Y habría arreglos iniciales prohibidos y otros permitidos aun para una partícula, lo que, por otra parte, parece resultar completamente absurdo si tenemos en cuenta lo que dijimos en el párrafo anterior.

Pienso que para el caso de muchas partículas – sin más, nuestro ejemplo previo – podríamos suponer un duende omnisciente, de modo que fije las condiciones iniciales en cada experimento y deje aislado al sistema, siempre con la misma energía. El duende (como nosotros con pocas partículas) no agrega ni quita energía al sistema. Más bien, fija dicha energía en el valor deseado y cierra el sistema. No habría por lo tanto restricciones, lo mismo que en el caso de las tres, o dos o una bola manipulable. Creo, por lo tanto, que hay una sola mecánica (no hay nada que reducir). Y el aparente absurdo sigue en pie.

4.2. La conjetura.

Propongo la siguiente conjetura posible para intentar resolver este problema: cuando el duende o nosotros elegimos arbitrariamente la sucesión de condiciones iniciales, es decir, el arreglo inicial, lo que hacemos es agregar en cada experimento condiciones de contorno ("b") de modo que no quede lugar para más restricciones ("a"). Por lo que las condiciones iniciales quedan totalmente determinadas por las condiciones de contorno y la energía (limitaciones "b"), con lo cual desaparecen los grados de libertad dentro de los cuales jugaba la aleatoriedad ("a") inicial.

De ese modo se compatibiliza la existencia de restricciones "a" en los casos en los que no se eligen las condiciones iniciales, con la falta de tales restricciones cuando se eligen dichas condiciones. La diferencia entre mecánica y mecánica estadística queda eliminada del campo ontológico y solo se mantiene en el campo gnoseológico: con pocas partículas podemos elegir las condiciones iniciales en cada repetición del experimento. Con muchas partículas (caso de las moléculas del aire, por ejemplo) no podemos realizar dicha elección (no somos duendes omniscientes). Por lo tanto, quedan grados de libertad abiertos para que funcionen las restricciones "a" sobre ellos y se den solamente las distribuciones probabilistas de condiciones iniciales que permiten el resultado aleatorio (equilibrio) que se observa.

Bibliografía

Earman, J. (1986), *A Primer on Determinism,* Dordrecht / Boston / Lancaster / Tokyo: Reidel.

Flichman, E.H. (2002), "Grados de determinismo e indeterminismo", en P. Lorenzano y F. Tula Molina (eds.), *Filosofía e Historia de la Ciencia en el Cono Sur,* Bernal, Prov. de Buenos Aires: U.N. de Quilmes, pp. 155-160. (Publicado también: (2001) en Secretaría de Investigación (ed.), *Problemas de investigación, ciencia y desarrollo,* Los Polvorines, Prov. de Buenos Aires: U.N. de Gral. Sarmiento, pp. 419-424.)

Grünbaum, A. (1973), *Philosophical Problems of Space and Time,* Dordrecht/Boston: Reidel. (Segunda edición, ampliada. Es el volumen XII de los Boston Studies in the Philosophy of Science.)

Krylov, N. (1979), *Works on the Foundations of Statistical Physics,* Princeton, Princeton University Press.

Sklar, L. (1993), *Physics and chance – Philosophical issues in the foundations of statistical mechanics,* Cambridge / Nueva York / Melbourne: Cambridge University Press.