¿Es la negación de la lógica clásica una verdadera negación?

Carlos Alejandro Oller [*]

1. Introducción

Se ha argumentado que una negación "genuina" es un operador formador de contradictorios y que, por definición, dos oraciones son contradictorias si y sólo si es lógicamente imposible que ambas sean verdaderas y lógicamente imposible que ambas sean falsas. Estas dos premisas se han utilizado para argumentar que los operadores de negación de ciertas lógicas paraconsistentes no son negaciones "reales" porque permiten que una oración y su negación sean ambas verdaderas. En este trabajo sostendremos que el mismo tipo de argumento puede ser dirigido contra el operador de negación de la lógica clásica. Con este fin, se utilizará el resultado de Carnap que muestra que hay modelos de la lógica proposicional clásica con interpretaciones no estándar o no normales de las conectivas. Una valuación no normal de ese tipo, que puede añadirse al conjunto de valuaciones clásicamente admisibles sin alterar el conjunto de teoremas o el conjunto de consecuencias válidas, asigna el valor de verdad *verdadero* a cada fórmula bien formada del lenguaje y, por lo tanto, asigna un valor designado a cada fórmula y a su negación. Finalmente, reflexionaremos sobre las consecuencias de este resultado para la afirmación de que la negación de la lógica clásica es un operador formador de contradictorios.

2. Negaciones "genuinas" y paraconsistentes

Se ha sostenido que una negación "genuina" es un operador formador de contradictorios. Teniendo en cuenta que, de acuerdo con la definición semántica de "contradictorio", dos oraciones son contradictorias si y sólo si es lógicamente imposible que ambas sean verdaderas y lógicamente imposible que ambas sean falsas, algunos autores han argumentado que los operadores de negación de ciertas lógicas paraconsistentes —es decir, lógicas que no validan la regla del *ex contradictione quodlibet* (*ECQ*): $\{A, \neg A\} \vDash B$, para todo A y B— no son negaciones "reales" porque permiten que una oración y su negación sean ambas verdaderas.

En un artículo muy citado Hartley Slater (Slater, 1995) sostiene que la negación de la lógica paraconsistente *LP* (*lógica de la paradoja*) de Graham Priest (Priest, 1979) no es una verdadera negación porque en la semántica trivalente para *LP* hay dos valores de verdad designados: t (sólo verdadero), y b (tanto verdadero como falso), y tanto A como $\neg A$ pueden recibir el valor designado b en *LP*. Irónicamente, algunos años antes, Richard Routley y Graham Priest (Priest & Routley, 1989) habían dirigido una crítica similar contra el operador de negación de la lógica paraconsistente C_1 de da Costa y habían llegado a la conclusión que la negación de da Costa no era más que un operador formador de subcontrarios —es decir, que una oración y su negación de da Costa no pueden ser ambas falsas, aunque pueden ser ambas verdaderas—.

[*] Universidad de Buenos Aires / Universidad Nacional de la Plata

El siguiente argumento —el argumento de Slater contra las negaciones paraconsistentes tal como lo reconstruye Francesco Paoli (Paoli, 2003)— resume lo anterior:

(1) Dos oraciones contradictorias no puede ser ambas verdaderas.

(2) Una oración y su negación son contradictorias.

(3) Si L es una lógica paraconsistente, entonces en la semántica para L hay valuaciones que asignan tanto a A como a $\neg A$ un valor designado, para alguna fórmula A.

(4) Si A y B reciben un valor designado bajo alguna valuación v en la semántica de L, entonces A y B pueden ser verdaderas ambas al mismo tiempo de acuerdo con L.

(5) En las lógicas paraconsistentes, A y $\neg A$ pueden no ser oraciones contradictorias (de (1), (3), (4)).

(6) Por lo tanto, las "negaciones" paraconsistentes no son verdaderas negaciones (de (2), (5)).

3. Negación clásica y modelos no estándar de la lógica clásica

En esta sección vamos a argumentar que el mismo tipo de argumento que Slater dirige contra las negaciones paraconsistentes puede dirigirse contra el operador de negación de la lógica proposicional clásica. Con este fin, utilizaremos el resultado de Carnap que prueba que hay modelos de la lógica proposicional clásica con interpretaciones no estándar o no normales de las conectivas.

En su *Formalization of Logic* Carnap trató de resolver lo que él llamó *el problema de una formalización completa de la lógica (de primer orden)*, es decir, "si —y, de qué modo— es posible construir un cálculo (...) de tal manera que los principales signos lógicos puedan interpretarse sólo de la manera normal " (Carnap, 1943, p.3). Después de demostrar que las formalizaciones habituales de la lógica de primer orden no logran la deseada formalización completa, Carnap introduce una presentación de la lógica elemental que admite múltiples conclusiones y que él sostiene que cumple ese objetivo, a pesar de que Alonzo Church en su reseña del libro de Carnap manifiesta su escepticismo y conjetura que "las interpretaciones no normales del cálculo de proposiciones se pueden excluir solamente mediante reglas semánticas (en contraste con las reglas puramente sintácticas)" (Church, 1944, p. 496).

Los resultados de Carnap demuestran que existen valuaciones bivalentes correctas —con respecto, por ejemplo, a las reglas de deducción natural estándar para lógica proposicional clásica— que no se ajustan a las tablas de verdad clásicas para las conectivas. Un tipo de valuaciones no normales viola el principio semántico de no contradicción, que requiere de una oración y su negación que al menos uno de ellas sea falsa. Carnap demostró que la única valuación bivalente no normal (correcta) de este tipo es la valuación $v_{\top}$ que asigna el valor de verdad t (verdadero) a cada fórmula del lenguaje, es decir, para toda fórmula A, $v_{\top}(A) = t$. Sea $\mathcal{V}$ el conjunto de valuaciones estándar clásicamente admisibles y $\mathcal{V}'$ un conjunto extendido de valuaciones bivalentes admisibles tal que $\mathcal{V}' = \mathcal{V} \cup \{v_{\top}\}$. Es fácil demostrar que estos dos conjuntos diferentes de valuaciones admisibles determinan la misma relación de consecuencia —en símbolos, $\Gamma \vDash_{\mathcal{V}} A$ si y sólo si $\Gamma \vDash_{\mathcal{V}'} A$, para cada conjunto de fórmulas Γ y cada fórmula *A*— y, por lo tanto, el mismo conjunto de verdades lógicas y inferencias válidas. Aunque esto puede resultar sorprendente, la explicación es trivial: como la valuación agregada $v_\top$ verifica cualquier fórmula, no puede crear contraejemplos de las tautologías clásicas ni de la validez de las inferencias clásicamente válidas. Y $v_\top$ tampoco puede agregar nuevas tautologías o nuevas inferencias válidas, ya que es posible ofrecer contraejemplos de la tautologicidad de esas fórmulas y de la validez de esas inferencias usando las valuaciones clásicas pertenecientes a $\mathcal{V}$.

Por su parte, las valuaciones del otro tipo de interpretaciones no normales violan las reglas semánticas que prescriben que la negación de una oración falsa debe ser verdadera y que una disyunción es falsa si sus dos disyuntos son falsos. Un ejemplo de una valuación de este segundo tipo es el que asigna el valor de verdad *verdadero* a aquellas fórmulas que son teoremas de la lógica proposicional clásica y *falso* a aquellas fórmulas que no son teoremas de la lógica proposicional clásica.

El interés por el descubrimiento de Carnap de los modelos no estándar para la lógica clásica ha renacido en los últimos años en relación con la polémica en torno a la tesis inferencialista que sostiene que los significados de las constantes lógicas están totalmente determinados por sus reglas de introducción y eliminación en un sistema de deducción natural (Raatikainen, 2008) (Murzi y Hjortland, 2009). En efecto, el nuevo conjunto de valuaciones admisibles $\mathcal{V}$ ‘ hace patente, entre otras cosas, que las reglas de deducción natural para la negación clásica infradeterminan el significado intuitivo de esta conectiva. El significado de la negación, tal como este es caracterizado por las tablas de verdad clásicas, impide que tanto una fórmula *A* como su negación $\neg A$ reciban el mismo valor de verdad *verdadero*. Sin embargo, como se ha mostrado, esas reglas son compatibles con esta interpretación no normal de la negación clásica.

Pero, como trataremos de mostrar en lo que sigue, esos modelos no estándar también resultan relevantes para la discusión de la caracterización filosóficamente adecuada de nociones metalógicas —tal como la de la relación de contradicción— y su relación con los diferentes tipos de negación. En efecto, teniendo en cuenta los resultados de Carnap, es posible construir la contraparte para la negación clásica del argumento de Slater contra negaciones paraconsistentes:

(1) Dos oraciones contradictorias no pueden ser ambas verdaderas.

(2) Una oración y su negación son contradictorias.

(3) Existe una semántica bivalente (no estándar) correcta y completa para la lógica clásica en la que hay una valuación que asigna tanto a *A* como a $\neg A$ el valor designado, para cada fórmula *A*.

(4) Si *A* y *B* ambos reciben el valor designado, bajo alguna valuación v, en una semántica bivalente adecuada para la lógica clásica, entonces *A* y *B* pueden ser ambas verdaderas.

(5) En la lógica clásica, *A* y $\neg A$ no pueden ser contradictorias (de (1), (3), (4)).

(6) Por lo tanto, la negación clásica no es una negación genuina (a partir de (2), (5)).

4. ¿Es la negación clásica un operador formador de contradictorios?

Con el fin de reflexionar sobre las consecuencias de los resultados de Carnap para el caso en contra de la negación clásica como un operador que forma contradictorios se necesita especificar las definiciones de "negación", "contradictorios" y "lógica (proposicional) clásica". En lo que respecta a la caracterización de la relación de contradictoriedad, se ha señalado que es posible encontrar en la literatura al menos cuatro enfoques diferentes de la noción de contradictoriedad (Grim, 2004): definiciones semánticas en términos de posibilidad, verdad y falsedad; definiciones sintácticas en términos de forma; definiciones pragmáticas en términos de afirmación y negación; y definiciones ontológicas en términos de estados de cosas.

En su argumento contra las negaciones paraconsistentes Slater utiliza una noción semántica de contradictoriedad y supone que las negaciones auténticas son operadores formadores de contradictorios. Pero hay que señalar que esta definición semántica de "contradictorios" —dos oraciones son contradictorias si y sólo si es lógicamente imposible que ambas sean verdaderas y lógicamente imposible que ambas sean falsas— no involucra a las nociones de negación o de lógica clásica, dos nociones cuya caracterización es ciertamente problemática. Como ha señalado Dutilh Novaes (Dutilh Novaes, 2007), la idea de la negación como un operador formador de contradictorios es un desarrollo bastante reciente en la historia de la lógica y un examen de esa historia muestra que la noción sintáctica de negación y la noción semántica de contradicción puede concebirse como nociones mutuamente independientes. De hecho, Novaes señala que la noción de contradicción en la lógica aristotélica no tiene una contraparte proposicional sintáctica directa, puesto que la negación de Aristóteles es una negación de términos y, por lo tanto, no es una negación proposicional. Es sólo en el siglo XX que la noción de la negación como un operador proposicional formador de contradictorios se ha convertido en el concepto predominante de negación y el origen de esta concepción puede encontrarse en la noción de Frege de la negación como una función que asigna lo Falso a lo Verdadero y lo Verdadero a lo Falso. Este concepto de la negación proposicional como contraparte sintáctica de la noción semántica de contradictoriedad se expresa claramente en el siguiente pasaje de los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell:

> The Contradictory Function with argument *p*, where *p* is any proposition, is the proposition which is the contradictory of *p*, that is, the proposition asserting that *p* is not true. This is denoted by *~p*. Thus *~p* is the contradictory function with *p* as argument and means the negation of the proposition *p*. It will also be referred to as the proposition not-*p*. Thus *~p* means not-*p*, which means the negation of *p*. (Whitehead & Russell, 1910, p. 6)

Dutilh Novaes concluye que, dado que la mayoría de las nociones de negación que es posible encontrar a lo largo de la historia de la lógica no la conciben como un operador formador de contradictorios, el argumento de Slater no es sólido —porque una de sus premisas no es verdadera— y que, por lo tanto, la negación paraconsistente de Priest resulta, al menos en principio, una negación tan genuina como cualquier otra.

La defensa de Dutilh Novaes de las negaciones paraconsistentes puede utilizarse, *mutatis mutandis*, para dar cabida a las interpretaciones no normales de la lógica proposicional de Carnap que permiten que una fórmula y su negación sean ambas verdaderas. En efecto, ese punto de vista nos permite aceptar la siguiente afirmación de Slater, que éste dirige como una crítica a Priest: "…[*Priest*] *tries to show that Boolean negation likewise involves an operator for which the truth of* $\neg\alpha$ *does not rule out that of* α. *But, even if this was true, it would merely show that Boolean negation was not a contradiction-forming operator*" (Slater, 2007, p. 458). Dadas las premisas que Slater acepta y teniendo en cuenta la existencia de las valuaciones no normales de Carnap, esta pareciera ser una conclusión sensata que Slater podría extraer también con respecto a la negación de la lógica clásica. Sin embargo, si las negaciones que son operadores formadores de contradictorios son sólo uno de los tipos de negaciones (reales), el hecho de que de acuerdo a la definición semántica estándar de la relación de contradictoriedad, la negación clásica no sea un operador formador de contradictorios —porque es posible asignar el valor designado, para cada fórmula A, tanto a A como a $\neg A$ en el marco de una semántica bivalente correcta y completa para una presentación de deducción natural de la lógica clásica— no nos obliga a aceptar que no sea una verdadera negación.

Por supuesto, se puede tratar de eludir los resultados de Carnap caracterizando a la lógica proposicional clásica como la lógica determinada por los modelos clásicos estándar —es decir, como el conjunto de verdades lógicas e inferencias válidas determinado por esos modelos— y a la negación clásica como la conectiva formadora de contradictorios caracterizada por su tabla de verdad bivalente estándar. Pero esta estrategia parece cometer una petición de principio: se supone lo que necesita ser demostrado, es decir, que no hay una semántica (bivalente) cabal para la lógica proposicional clásica que permita que una fórmula y su negación sean ambas verdaderas. Los modelos no estándar de Carnap parecen proporcionar una semántica de ese tipo y, dado que esos modelos determinan el mismo conjunto de verdades lógicas e inferencias válidas que los modelos clásicos estándar, la carga de la prueba recae sobre aquellos que sostienen que estos resultados no conciernen a la negación clásica o a la lógica clásica. Son ellos quienes deben hacer explícita la diferencia —y la relevancia de esa diferencia— entre los modelos estándar y los modelos no estándar que justifica su rechazo de la importancia de estos últimos para la disputa acerca de la naturaleza de la negación.

Conclusión

El interés por los resultados de Carnap sobre los modelos no estándar de la lógica clásica ha renacido en los últimos años por su relación con la controversia suscitada por la tesis inferencialista que sostiene que los significados de las constantes lógicas está completamente determinado por sus reglas de introducción y eliminación en un sistema de deducción natural. Pero, como hemos tratado de mostrar en este trabajo, esos modelos no estándar son también relevantes para la discusión acerca de la caracterización filosóficamente adecuada de una noción metalógica como la de contradictoriedad y su relación con los diferentes tipos de negación.

Bibliografía

CARNAP, R. (1943). *Formalization of Logic*. Cambridge (Mass.): Harvard University Press.

CHURCH, A. (1944). Review of Carnap's *Formalization of Logic*. *The Philosophical Review*, 53, 493-498.

DUTILH NOVAES, C. (2007). Contradiction: the real challenge for paraconsistent logic. En J.Y. Béziau, W.A. Carnielli & D. Gabbay (eds.), *Handbook of Paraconsistency* (pp. 465-480). London: College Publications.

GRIM, P. (2004) What is a Contradiction?. En G. Priest, J. C. Beall & B. P. Armour-Garb (eds.), *The Law of Non-Contradiction : New Philosophical Essays* (pp. 49—72). Oxford: Oxford University Press.

MURZI, J. & HJORTLAND, O.T. (2009). Inferentialism and the Categoricity Problem: Reply to Raatikainen. *Analysis*, 69, 480-488.

PAOLI, F. (2003). Quine and Slater on paraconsistency and deviance. *Journal of Philosophical Logic*, 32, 531–548.

PRIEST, G. (1979). The logic of paradox. *Journal of Philosophical Logic*, 8, 219–241.

PRIEST, G. & R. ROUTLEY (1989). Systems of paraconsistent logic. En G. Priest, R. Routley, & J. Norman (eds.) *Paraconsistent logic: Essays on the inconsistent* (pp. 151-186). Munich: Philosophia.

RAATIKAINEN, P. (2008). On Rules of Inference and the Meanings of Logical Constants. *Analysis*, 68, 282-287.

SLATER, B.H. (1995). Paraconsistent logics?. *Journal of Philosophical Logic*, 24, 451–454.

SLATER, B.H. (2007) Dialetheias Are Mental Confusions. En Béziau, J-Y, Carnielli, W. & Gabbay, D.(eds.) *Handbook of Paraconsistency* (pp. 457-466). London: King's College.

WHITEHEAD. A.N. & B. RUSSELL (1910). *Principia Mathematica, Volume 1*. Cambridge: Cambridge University Press.